FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Potencia de una circunferencia

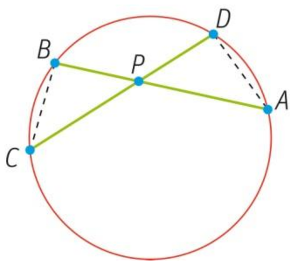
En 1826, el matemático suizo Jakob Steiner definió el concepto de potencia de un punto respecto una circunferencia, aunque este resultado ya se encontraba en *Los Elementos de Euclides.* (300 a. C.)

Dada una circunferencia *C* y un punto *P* del plano, se traza una recta *r* por *P* que corta a la circunferencia *C* en dos puntos *A* y *B*. Se define potencia del punto *P* respecto a la circunferencia *C* como el producto de las distancias $PA \cdot PB$.

Se observa que la potencia de un punto no depende de la recta que se escoja.

Vamos a probarlo.

1.º Sea *P* un punto interior a la circunferencia y *r* y *s* dos rectas que pasan por *P* y corten a la circunferencia en *A*, *B* y *C*, *D*, respectivamente.

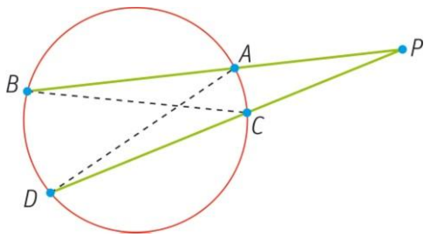


Los triángulos *PAC* y *PDB* son semejantes.

- El ángulo en *P* es el mismo en los dos triángulos, porque son opuestos por el vértice.
- El ángulo en *A* es el mismo que el ángulo en *D*, porque abarcan el mismo arco de circunferencia.
- El ángulo *C* es el mismo que el ángulo B, porque abarcan el mismo arco de circunferencia. Por lo tanto:

$$\frac{PB}{PC} = \frac{PD}{PA} \Rightarrow PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

2.º Si el punto *P* fuera exterior, los triángulos *PBC* y *PDA* son semejantes. Por el ángulo en *P* común y por tener los ángulos *B* y *D* iguales, ya que abarcan el mismo arco de circunferencia.



Por lo tanto:

$$\frac{PB}{PD} = \frac{PC}{PA} \Rightarrow PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

1. **Sea *r* el radio de una circunferencia y *d* la distancia de un punto *P* al centro de esa circunferencia. Demuestra que:**

   a) Si el punto *P* es interior, la potencia de *P* respecto de esa circunferencia es $r^2 - d^2$.

   b) Si el punto *P* es exterior, la potencia de *P* respecto de esa circunferencia es $d^2 - r^2$.