FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

La sucesión de Fibonacci y el número de oro

Cuando un segmento se divide en dos segmentos de longitudes *a* y *b* (con *a* > *b*), se dice que esta división es áurea si el mayor es al menor como el total es al mayor. Es decir, $\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}$ **.**

Al valor de la proporción $\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}$ **se le conoce como número de oro y se le suele denotar con la letra** φ **(Fí) en honor a Fidias, que utilizó en varias ocasiones este número en la construcción del Partenón en Atenas.**

Pero, ¿qué número es este? Llamemos $\varphi=\frac{a}{b}$ Entonces,

$\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}\Rightarrow\varphi=1+\varphi^{-1}\Rightarrow\varphi^2=\varphi+1\Rightarrow\varphi^2-\varphi-1=0\Rightarrow\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1{,}618\cdots$ (Desechando la solución negativa).

Lo sorprendente de este número es como se encuentra presente en diversos campos como la naturaleza, el arte, el diseño, etc.

Además, también está relacionado con la sucesión de Fibonacci que has estudiado en esta Unidad.

Recuerda que la sucesión de Fibonacci es una sucesión recurrente donde $a_1 = a_2 = 1$ y $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$.

De este modo, los primeros términos de la sucesión de Fibonacci serán:

$a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $a_4 = 3$, $a_5 = 5$, $a_6 = 8$, $a_7 = 13$, $a_8 = 21$, $a_9 = 34$, $a_{10} = 55$, $a_{11} = 89$…

Fijémonos en los cocientes de dos términos consecutivos $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ de esta sucesión:

$\frac{a_2}{a_1}=1$ $\quad\frac{a_3}{a_2}=2$ $\quad\frac{a_4}{a_3}=1{,}5$ $\quad\frac{a_5}{a_4}=1{,}67$ $\quad\frac{a_6}{a_5}=1{,}6$

$\frac{a_7}{a_6}=1{,}625$ $\quad\frac{a_8}{a_7}=1{,}615...$ $\quad\frac{a_9}{a_8}=1{,}619...$ $\quad\frac{a_{10}}{a_9}=1{,}618...$ $\quad\frac{a_{11}}{a_{10}}=1{,}618...$

Como puedes observar estos valores tienden sorprendentemente al número de oro.

1. Encuentra situaciones en distintos contextos en donde aparezca el número de oro.

2. Demuestra de una manera más rigurosa que el cociente entre dos términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci tiende al número de oro.