FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Conjuntos cerrados respecto a una operación

Un conjunto, *X*, es cerrado respecto de una operación * si para dos elementos cualesquiera, *a* y *b* de *X* el resultado de la operación *ab* también es un elemento de *X*.**

Ejemplos

- El conjunto de los números naturales, $\mathbb{N}$, es cerrado respecto a la operación suma, +, pero no lo es respecto a la resta, –, ya que el resultado de 1 – 2 no es un elemento de $\mathbb{N}$.
- El conjunto de los racionales $\mathbb{Q}$ es cerrado respecto a la suma, a la resta y la multiplicación. No es cerrado respecto a la división, ya que no se puede dividir entre cero. Sin embargo $\mathbb{Q}$ – {0} sí lo es.
- En el conjunto de los números irracionales, **I** = $\mathbb{R}$ – $\mathbb{Q}$, resulta fácil comprobar que no es un conjunto cerrado con respecto a la suma, la resta, el producto y la división:

□ $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0\notin\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ □ $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2\notin\mathbb{R}-\mathbb{Q}$

□ $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0\notin\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ □ $\sqrt{2}:\sqrt{2}=1\notin\mathbb{R}-\mathbb{Q}$

- **Si se consideran números irracionales positivos y distintos, ¿puede ser su producto un número racional?**

  Por ejemplo, $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{16}=4\in\mathbb{Q}$, por tanto, sí es posible.

- **¿Y con la suma? ¿Puede ser la suma de dos números irracionales positivos y distintos un número racional?**

  Por ejemplo, si se consideran los números 0,101001000100001... y 0,010110111011110... . Son dos números irracionales ya que tienen infinitos decimales no periódicos. Al sumarlos se obtiene: 101001000100001... + 0,010110111011110...= $0,\widehat{1}=\frac{1}{9}\in\mathbb{Q}$.

1. Si en una potencia la base es un número irracional y el exponente también es un número irracional, ¿puede ser el resultado un número racional?