FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** El álgebra y la aritmética

En muchas ocasiones, se pueden averiguar cuestiones aritméticas utilizando algunas técnicas algebraicas.

- **¿Será el número $2^{20}-1$ un número primo?**

  Este número es diferencia de cuadrados y por la correspondiente identidad notable se tiene que $2^{20}-1=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$. Como es obvio que ninguno de los factores es 1, no puede ser un número primo.

- **¿Será el número $6^{2019}+1$ un número primo?**

  Como $2019=3\cdot 673$, se puede expresar el número como $\left(6^{673}\right)^3+1$. Se sabe que el polinomio x^3+1 tiene como raíz −1 y que su factorización es $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$. Aplicando esta factorización al número se obtiene que $\left(6^{673}\right)^3+1=(6^{673}+1)\cdot\left(\left(6^{673}\right)^2-6^{673}+1\right)$. Como se observa que ninguno de los dos factores es 1, se puede asegurar que dicho número no es primo.

- **Sin necesidad de utilizar la calculadora, ¿cuánto vale $\frac{2017^2-1}{2018}$?**

  Como el numerador es una diferencia de cuadrados, se tiene

  $$\frac{2017^2-1}{2018}=\frac{(2017+1)(2017-1)}{2018}=\frac{2018\cdot 2016}{2018}=2016.$$

- **Demuestra que si *p* es un número primo mayor que 3, entonces *p* es de la forma 6*k* + 1 o 6*k* + 5, con *k* un número entero.**

  Lógicamente *p* no puede ser de la forma $6k$, $6k+2$ ni $6k+4$, ya que en esos casos sería par. Tampoco puede ser de la forma $6k+3$ ya que en ese caso sería múltiplo de 3. Por tanto, solo puede ser de las dos posibilidades indicadas.

1. **¿Cuánto vale, sin utilizar la calculadora, $\frac{1234^2-49}{1227}$?**

2. **Realiza con la calculadora la operación $123987456^2-(123987455\cdot 123987457)$. ¿Te convence el resultado?**