FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Programación lineal

Los problemas de programación lineal con dos variables *x* e *y* tratan de maximizar o minimizar una función, llamada función objetivo, que depende de dos variables sujetas a una serie de restricciones en forma de inecuaciones lineales.

Estas inecuaciones dan lugar a lo que se denomina la región factible, que es la zona del plano en donde se cumplen todas las restricciones. Si esta zona está acotada y el problema tiene una única solución óptima, esta se dará en uno de los vértices de la región factible.

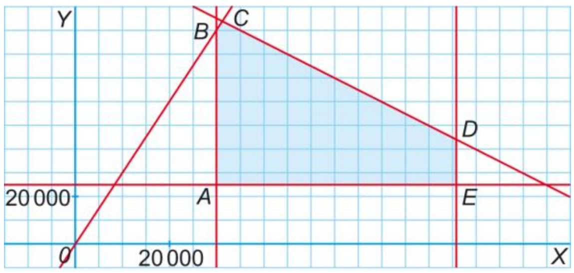
Ejemplo► Se desea invertir una cantidad de dinero menor o igual que 125 000 €, distribuidos entre acciones del tipo *A* y del tipo *B*. Las acciones del tipo *A* garantizan una ganancia del 10 % anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 30 000 € y un máximo de 81 000 €. Las del tipo *B* garantizan una ganancia del 5 % anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 25 000 €. La cantidad invertida en acciones del tipo *B* no puede superar el triple de la cantidad invertida en acciones del tipo *A*. ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para maximizar la ganancia anual? Determinar dicha ganancia máxima.

En este caso, si llamamos *x* e *y* a la cantidad invertida en las acciones tipo *A* y tipo *B*, respectivamente, la modelización del problema y la representación de la región factible serían:

$$\text{Máx } z = f(x,y) = 0{,}1x + 0{,}05y$$

s.a.

$$\begin{cases} x + y \le 125000 \\ 30000 \le x \le 81000 \\ y \ge 25000 \\ y \le 3x \end{cases}$$



Los vértices de la región factible son las intersecciones de las ecuaciones asociadas a cada restricción.

$$A: \begin{cases} x = 30000 \\ y = 25000 \end{cases} \Rightarrow A(30000, 25000) \qquad B: \begin{cases} x = 30000 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow B(30000, 90000)$$

$$C: \begin{cases} x + y = 125000 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow C(31\,250, 93\,750) \qquad D: \begin{cases} x + y = 125000 \\ x = 81\,000 \end{cases} \Rightarrow D(81\,000, 44\,000)$$

$$E: \begin{cases} x = 81000 \\ y = 25000 \end{cases} \Rightarrow E(81000, 25000)$$

Se sustituyen en la función objetivo los vértices:

$$z_A = f(30000, 81000) = 0{,}1 \cdot 30000 + 0{,}05 \cdot 81000 = 7050$$

$$z_B = f(30000, 90000) = 0{,}1 \cdot 30000 + 0{,}05 \cdot 90000 = 7500$$

$$z_C = f(31250, 93750) = 0{,}1 \cdot 31250 + 0{,}05 \cdot 93750 = 7812{,}5$$

$$z_D = f(81000, 44000) = 0{,}1 \cdot 81000 + 0{,}05 \cdot 44000 = 10300$$

$$z_E = f(81000, 25000) = 0{,}1 \cdot 81000 + 0{,}05 \cdot 25000 = 9350$$

Se observa que el máximo es 10 300 €, en el vértice *D*, cuando *x* = 81 000 e *y* = 44 000.

1. **Un pintor necesita pintura para pintar como mínimo una superficie de 480 m^2. Puede comprar la pintura a dos proveedores, *A* y *B*. El proveedor *A* le ofrece una pintura con un rendimiento de 6 m^2/kg y un precio de 1 €/kg. La pintura del proveedor *B* tiene un precio de 1,2 €/kg y un rendimiento de 8 m^2/kg. Ningún proveedor le puede proporcionar más de 75 kg y el presupuesto máximo del pintor es de 120 €. Calcula la cantidad de pintura que el pintor tiene que comprar a cada proveedor para obtener el mínimo coste. Calcula dicho coste mínimo.**