FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Límites en un punto con raíces cuadradas

Cuando se calcula un límite en un punto de un cociente en donde aparecen raíces cuadradas, se sustituye el punto y según el resultado se opera de diferente forma:

- Si el denominador no se anula, se obtiene el valor del límite.

Ejemplo ► $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+1}}{x^2+1}=\frac{\sqrt{3}}{5}$

- Si el denominador se anula, pero el numerador no, el límite se irá a infinito y será una asíntota vertical.

Ejemplo ► $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x+7}}{3x-3}=\frac{3}{0}\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{2x+7}}{3x-3}\underset{\frac{+}{-}}{\underset{\uparrow}{=}}-\infty\\ \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{2x+7}}{3x-3}\underset{\frac{+}{+}}{\underset{\uparrow}{=}}+\infty\end{cases}$

- Si se anulan tanto el denominador, como el numerador, habrá que eliminar la indeterminación utilizando las propiedades de las raíces. Veamos unos ejemplos:

Ejemplos.

► $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x^2-x}}=\frac{0}{0}\Rightarrow\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{\frac{x\cdot(x-2)}{x\cdot(x-1)}}=\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{\frac{x-2}{x-1}}=\sqrt{2}$

► $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x-6}{1-\sqrt{x-2}}=\frac{0}{0}\Rightarrow\lim\limits_{x\to 3}\frac{(2x-6)\cdot(1+\sqrt{x-2})}{(1-\sqrt{x-2})\cdot(1+\sqrt{x-2})}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{(2x-6)\cdot(1+\sqrt{x-2})}{1-(x-2)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{2\cdot(x-3)\cdot(1+\sqrt{x-2})}{-x+3}=$

$$=\lim\limits_{x\to 3}-2\cdot(1+\sqrt{x-2})=-4$$

1. Resuelve los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sqrt{4-x}}{e^x}$

b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2-4}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-x^2}}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-4x+3}$