



En esta ficha vamos a introducir las **ecuaciones de segundo grado** y trataremos de aprender a resolverlas. Por último, veremos una sencilla forma de determinar el número de soluciones que tiene una ecuación de segundo grado sin necesidad de resolverla.

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Las ecuaciones de segundo grado son de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y el coeficiente  $a$  es distinto de cero ( $a \neq 0$ ). Es decir, llamaremos ecuaciones de segundo grado a aquellas en las que el grado de la incógnita es 2.

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Resolver una ecuación de segundo grado equivale a encontrar sus soluciones. Estas ecuaciones pueden tener dos, una o ninguna solución.

Para calcular las soluciones de una ecuación de segundo grado de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , lo que haremos es sustituir los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  en las siguientes fórmulas, obteniendo así las soluciones de dicha ecuación.

$$\text{Solución 1: } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{Solución 2: } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(Observa que ambas fórmulas sólo se diferencian en el signo que precede a la raíz cuadrada).

**Ejemplo:** Resuelve la ecuación de segundo grado  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

Los coeficientes son:  $a = 1$ ,  $b = -5$  y  $c = 6$ . Sustituyendo en las fórmulas obtenemos:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) + \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - \sqrt{1}}{2} = 2$$

Por tanto, las soluciones de la ecuación  $x^2 - 5x + 6 = 0$  son  $x = 3$  y  $x = 2$ .

## NÚMERO DE SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO:

A continuación vamos a ver un método para conocer cuál es el número de soluciones que tiene una ecuación de segundo grado sin necesidad de resolverla. Para ello, analizaremos el signo de  $b^2 - 4ac$ .

- Si  $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$  La ecuación tiene dos soluciones distintas.
- Si  $b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow$  La ecuación tiene una única solución.
- Si  $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$  La ecuación no tiene ninguna solución.

**Ejemplo:** Determina el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones sin necesidad de resolverlas.

- $3x^2 + 5x + 1 = 0$   
 $b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 13 > 0 \Rightarrow$  La ecuación tiene 2 soluciones.
- $x^2 - 4x + 4 = 0$   
 $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0 \Rightarrow$  La ecuación tiene 1 única solución.
- $2x^2 - 7x + 8 = 0$   
 $b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = -15 < 0 \Rightarrow$  La ecuación no tiene solución.



**1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.**

a)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

b)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

c)  $-x^2 + 10x - 9 = 0$

d)  $2x^2 + 4x - 6 = 0$

**2. Indica el número de soluciones que tienen las siguientes ecuaciones sin resolverlas.**

a)  $2x^2 + x + 1 = 0$

b)  $x^2 + 2x + 1 = 0$

c)  $x^2 - 7x + 6 = 0$



En esta ficha te proponemos resolver un sudoku de una manera distinta y aplicando lo aprendido sobre la resolución de ecuaciones de primer grado.

¿QUÉ ES UN SUDOKU?

- Es un juego matemático que se publicó por primera vez a finales de 1970 y que se popularizó en primer lugar en Asia, dándose a conocer internacionalmente en 2005 cuando varios periódicos empezaron a publicarlo como parte de sus pasatiempos.
- El objetivo del sudoku es rellenar una cuadrícula de 9 × 9 celdas (81 celdas) dividida en subcuadrículas de 3 × 3 (también llamadas "cajas" o "regiones") con las cifras del 1 al 9 teniendo como referencia algunos números ya dispuestos en algunas de las celdas.
- Lo importante es que en cada fila, cada columna y cada caja deben aparecer todos los números del 1 al 9.

		9	5			2		
	4			1			6	
2					3			9
		8						2
	7						4	
3						5		
7			2					3
	6			4			7	
		1			9	6		

¿QUÉ ES UN ECUSUDOKU?

Vamos a llamar ecusudoku a un sudoku en el que cada una de las celdas que debemos rellenar se corresponde con la solución de una ecuación de primer grado.

1. Completa el siguiente ecusudoku donde tendrás que cambiar cada letra por el resultado de las ecuaciones de primer grado correspondientes.

5	3	H	E	7	F	I	B	A	$A \rightarrow 3 - 4x = 2x - 9$	$F \rightarrow 3(x - 7) = 5(x - 1) - 4x$
6	D	A	1	9	5	C	H	F	$B \rightarrow 2(3x + 1) - 2x + 7 = x + 12$	$G \rightarrow 3(2 - x) + 4 = 5 - (3x - 10) - x$
B	9	8	C	H	A	G	6	D	$C \rightarrow 12 - (-2x + 5) = 4x + 1$	$H \rightarrow \frac{12x}{3} + 2 = \frac{3x}{2} + 12$
8	G	I	D	6	B	H	A	3	$D \rightarrow \frac{x+3}{2} + \frac{2x-4}{5} = x$	$I \rightarrow \frac{x-5}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x-1}{9}$
4	A	E	8	G	3	D	I	1	$E \rightarrow 5(2x - 7) - (x - 2) = 3 + 3x$	
7	B	C	I	2	H	F	G	6		
I	6	B	G	C	D	2	8	H		
A	F	D	4	1	9	E	C	5		
C	H	G	A	8	E	B	7	9		

Observa que sabrás si has resuelto de manera correcta las ecuaciones si el ecusudoku queda bien rellenado, es decir, en cada fila, columna o caja aparecen todos los números del 1 al 9.